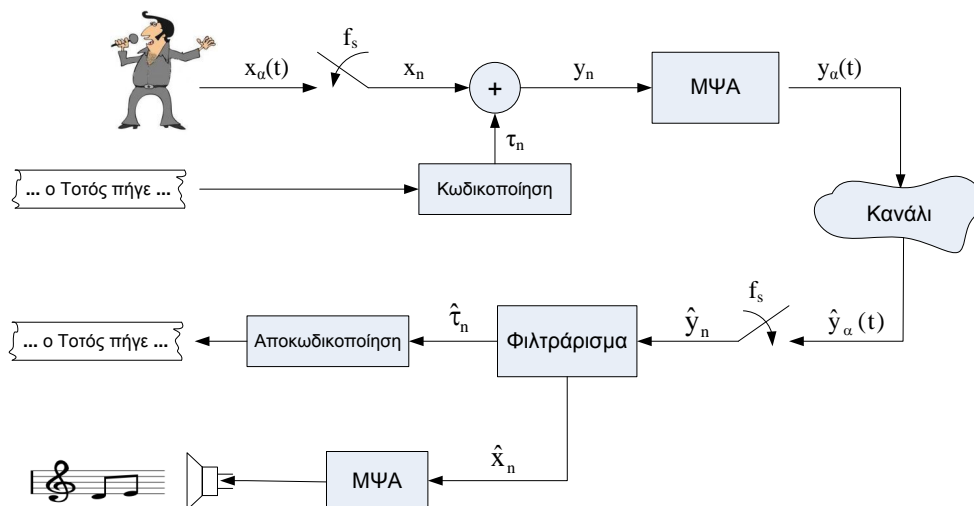


ΕΡΓΑΣΙΑ ΣΤΟ ΜΑΘΗΜΑ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

1 Εισαγωγή

Θεωρήστε το στοιχειώδες τηλεπικοινωνιακό σύστημα του παρακάτω Σχήματος, αποτελούμενο από έναν πομπό, ένα δέκτη και το κανάλι μετάδοσης.



Σχήμα 1: Σχηματικό Διάγραμμα στοιχειώδους Τηλεπικοινωνιακού Συστήματος.

Στόχος είναι είναι η ταυτόχρονη μετάδοση από τον πομπό στο δέκτη, ενός σήματος βασικής ζώνης¹ (για παράδειγμα ήχου ή εικόνας), καθώς και μηνυμάτων σε μορφή κειμένου. Πολύ γνωστά παραδείγματα που βασίζονται σε αυτήν την ιδέα είναι η υπηρεσία teletext στα αναλογικά συστήματα τηλεόρασης και το πρωτόκολλο RDS (Radio Data System) στη ραδιοφωνία.

¹Ένα σήμα χαρακτηρίζεται ως σήμα βασικής ζώνης εάν το συχνοτικό περιεχόμενό του περιορίζεται σε ένα διάστημα της μορφής $[0, f_M]$.

2 Υποθέσεις - Παραδοχές

Παρόλο που ένα τέτοιο σύστημα θα μπορούσε να είναι εξ ολοκλήρου αναλογικό, εδώ θα εξετάσουμε την περίπτωση όπου η επεξεργασία στον πομπό και το δέκτη γίνεται “ψηφιακά”, που σημαίνει ότι οι μονάδες αυτές είναι εφοδιασμένες με Μετατροπείς Αναλογικού σε Ψηφιακό (ΜΑΨ) και Ψηφιακού σε Αναλογικό (ΜΨΑ), καθώς και με ψηφιακούς επεξεργαστές και μνήμη. Επιπλέον, για λόγους απλοποίησης θα κάνουμε την παραδοχή ότι οι ΜΑΨ έχουν άπειρη ακρίβεια (δεν γίνεται κβάντιση κατά τη δειγματοληψία) και οι ΜΨΑ επιτυγχάνουν τέλεια ανακατασκευή του αναλογικού σήματος. Τέλος, θεωρούμε ότι η μετάδοση γίνεται στη βασική ζώνη (για παράδειγμα μέσω ενός καλωδίου) και ότι ο συγχρονισμός μεταξύ πομπού και δέκτη είναι τέλειος.

3 Διατύπωση Προβλήματος

Ας δούμε τώρα συνοπτικά τις βασικές λειτουργίες του συστήματος. Καταρχήν ο πομπός, δέχεται στην είσοδό του ένα σήμα βασικής ζώνης $x_\alpha(t)$ και μια ακολουθία χαρακτήρων, οι οποίοι αναπαρίστανται ψηφιακά σύμφωνα με κάποιο γνωστό πρότυπο, π.χ. το πρότυπο ASCII. Το αναλογικό σήμα δειγματοληπτείται με συχνότητα f_s ώστε να προκύψει το ψηφιακό σήμα $x_n = x_\alpha(nT_s)$, ενώ η πληροφορία κειμένου κωδικοποιείται σε ένα σήμα τ_n , το οποίο είναι κατάλληλο για μετάδοση στη βασική ζώνη. Η υπέρθεση των δύο σημάτων, $y_n = x_n + \tau_n$ οδηγείται στην υπομονάδα ΜΨΑ για ανακατασκευή και το αναλογικό σήμα $y_\alpha(t)$ εκπέμπεται στο κανάλι μετάδοσης. Ο δέκτης με τη σειρά του, δειγματοληπτεί το σήμα που λαμβάνει και επεξεργάζεται το ψηφιακό σήμα που προκύπτει με σκοπό την ανάκτηση των δύο ξεχωριστών σημάτων από τα οποία αποτελείται. Στη συνέχεια αποδιαμορφώνει το σήμα κειμένου και οδηγεί το σήμα βασικής ζώνης και το κείμενο στις αντίστοιχες μονάδες αναπαραγωγής (για παράδειγμα ηχείο και οθόνη, αντίστοιχα).

Ερώτημα 1. Όπως γίνεται αντιληπτό, μια σημαντική απόφαση που πρέπει να ληφθεί κατά το σχεδιασμό του συστήματος, αφορά στον τρόπο με τον οποίο θα γίνεται η κωδικοποίηση του κειμένου, έτσι ώστε στο δέκτη να είναι δυνατός ο διαχωρισμός του σήματος βασικής ζώνης από το σήμα κειμένου.

1.α Εάν θεωρήσουμε ότι το σύστημά μας είναι πλήρως αναλογικό, ποιά συνθήκη πρέπει να ικανοποιούν τα σήματα $x_\alpha(t)$ και $\tau_\alpha(t)$, έτσι ώστε να είναι δυνατή η ανάκτηση καθενός από αυτά από την υπέρθεσή τους $y_\alpha(t) = x_\alpha(t) + \tau_\alpha(t)$;

1.β Με ποιόν τρόπο μπορεί να γίνει τότε ο διαχωρισμός τους;

1.γ Έστω ότι η μέγιστη συχνότητα του σήματος βασικής ζώνης είναι η f_M . Εάν στο

ψηφιακό σύστημα επιλέξουμε ως συχνότητα δειγματοληψίας την $f_s = 2f_M$, διατηρείται η πληροφορία του $x_\alpha(t)$ από το x_n ;

- 1.6** Μπορεί σε αυτήν την περίπτωση να επιτευχθεί ο διαχωρισμός των σημάτων x_n και τ_n από την υπέρθεσή τους $y_n = x_n + \tau_n$; Αιτιολογήστε αναλυτικά την απάντησή σας.

4 Η Κωδικοποίηση του Κειμένου

Στο υποθετικό σύστημα που εξετάζουμε, για τη δημιουργία του σήματος που θα φέρει την πληροφορία κειμένου, θα ακολουθήσουμε την προσέγγιση της BFSK (Binary Frequency-Shift Keying) διαμόρφωσης, σύμφωνα με την οποία η μετάδοση της δυαδικής πληροφορίας επιτυγχάνεται με χρήση δύο απλών ημιτόνων με συχνότητες f_0 και $f_1 = f_0 + \Delta f$. Συγκεκριμένα, το λογικό 0 και το λογικό 1 αναπαρίστανται από τις κυματομορφές

$$\phi_l(t) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2\mathcal{E}_b}{T_b}} \cos(2\pi f_l t), & 0 \leq t \leq T_b, \\ 0, & \text{αλλού} \end{cases}, \quad l = 0, 1, \quad (1)$$

όπου \mathcal{E}_b είναι η ενέργεια του σήματος ανά bit και T_b είναι η χρονική διάρκεια του bit. Στην περίπτωση που $f_1 \gg \frac{1}{T_b}$ και η διαφορά $\Delta f = f_1 - f_0$ είναι πολλαπλάσια του $1/2T_b$, τότε τα σήματα $\phi_0(t)$ και $\phi_1(t)$ μπορεί να θεωρηθεί ότι είναι ορθογώνια, δηλαδή

$$\langle \phi_i, \phi_j \rangle = \int_0^{T_b} \phi_i(t) \phi_j(t) dt = \begin{cases} \mathcal{E}_b, & i = j \\ 0, & i \neq j. \end{cases} \quad (2)$$

Εάν τώρα θέλουμε να στείλουμε μια ακολουθία από bit, $b_0, b_1, b_2, \dots, b_{M-1}$, η κυματομορφή που παράγεται από τη διαμόρφωσή της εκφράζεται ως ακολούθως:

$$\tau_\alpha(t) = \sum_{m=0}^{M-1} \phi_{b_m}(t - mT_b). \quad (3)$$

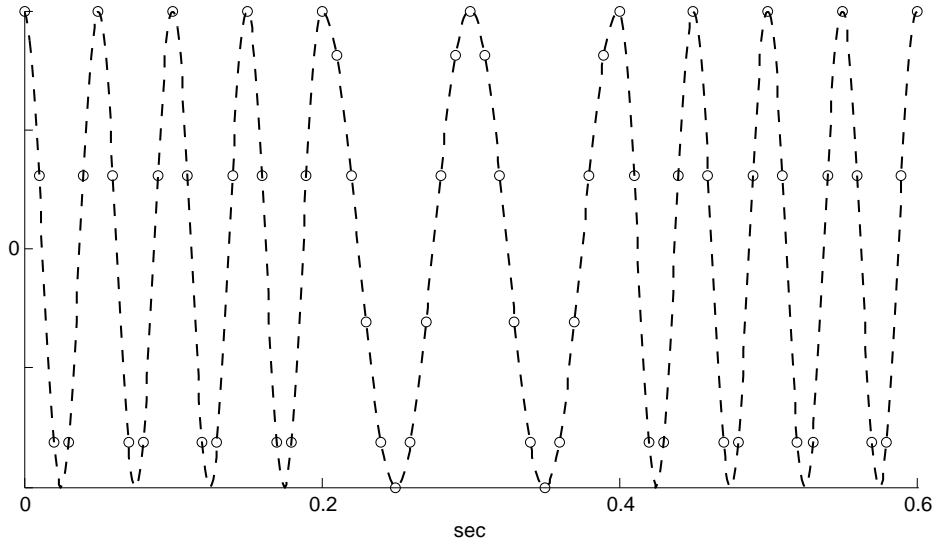
Στο ψηφιακό σύστημά μας, εάν υποθέσουμε ότι κάθε χαρακτήρας του κειμένου δίνεται σε μορφή ASCII, δηλαδή αναπαρίσταται από έναν 8 - ψήφιο (μη προσημασμένο) δυαδικό αριθμό, και εάν δούμε το κείμενο σαν μια ακολουθία bit μήκους M , τότε η κωδικοποίηση του κειμένου στον πομπό θα δίνεται από το παρακάτω σήμα διακριτού χρόνου, το οποίο προκύπτει από τη δειγματοληψία² του σήματος

²Σημειώνεται ότι το σήμα τ_n παράγεται ψηφιακά, δηλαδή τα δείγματά του δεν προκύπτουν από το πέρασμα του σήματος $\tau_\alpha(t)$ μέσω ενός ΜΑΨ, αλλά από τον αριθμητικό υπολογισμό των τιμών του τελευταίου τις χρονικές στιγμές nT_s .

$\tau_\alpha(t)$:

$$\tau_n = \sum_{m=0}^{M-1} \phi_{b_m}(nT_s - mT_b), \quad n = 0, 1, \dots, M\frac{T_b}{T_s} - 1. \quad (4)$$

Με άλλα λόγια, κάθε bit που πρέπει να σταλεί, αντιστοιχίζεται σε T_b/T_s δείγματα που προέρχονται από την $\phi_0(t)$ ή την $\phi_1(t)$ ανάλογα με την τιμή του bit. Στο Σχήμα 2 φαίνεται η μορφή του σήματος αυτού εάν επιλέξουμε $f_0 = 10$ Hz, $f_1 = 20$ Hz, $f_s = 100$ Hz, $T_b = 0.2$ sec και η ακολουθία των bit που θέλουμε να στείλουμε είναι η 1, 0, 1.

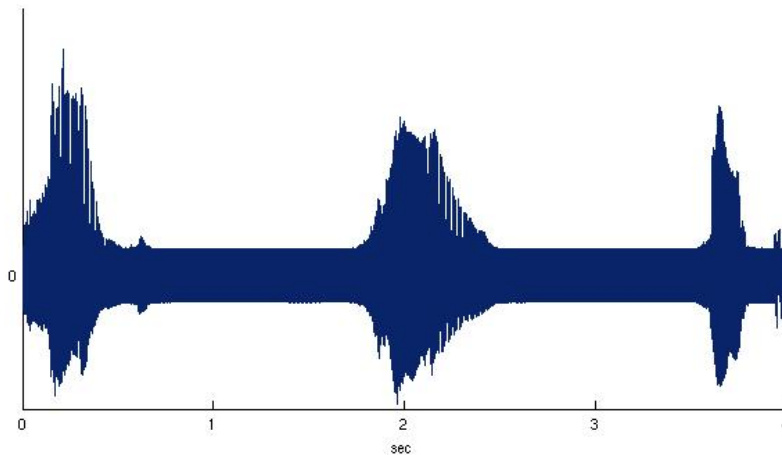


Σχήμα 2:

Ας δούμε τώρα ένα παράδειγμα για τη συνολική λειτουργία του πομπού. Έστω λοιπόν ότι το σήμα βασικής ζώνης είναι ένα σήμα ομιλίας διάρκειας τεσσάρων δευτερολέπτων που προέρχεται από την εκφορά των λέξεων love, joy, hope από κάποιον ομιλητή. Έστω επίσης ότι το κείμενο που πρέπει να σταλεί είναι το αλφαριθμητικό που σχηματίζεται από τις ίδιες λέξεις. Επιλέγοντας $f_s = 40$ KHz, $f_0 = 11$ KHz, $f_1 = 13$ KHz, $T_b = 0.025$ sec, και ακολουθώντας την παραπάνω διαδικασία, το σήμα y_n που παράγεται από τον πομπό φαίνεται στο Σχήμα 3.

Ερώτημα 2. Λειτουργίες του πομπού.

2.α Γράψτε τη συνάρτηση `transmitter.m` η οποία θα εξομοιώνει τη λειτουργία του πομπού του συστήματος στο περιβάλλον της MATLAB. Η συνάρτηση αυτή θα δέχεται σαν είσοδο ένα (διακριτού χρόνου) σήμα βασικής ζώνης, ένα αλφαριθμητικό, τη συχνότητα δειγματοληψίας f_s καθώς και τις παραμέτρους



Σχήμα 3:

f_0 , f_1 και T_b της BFSK διαμόρφωσης και θα παράγει στην έξοδο το σήμα y_n .
 Υπόδειξη: Επειδή τα μήκη των ακολουθιών x_n και τ_n πρέπει να είναι ίδια, φροντίστε ώστε η συνάρτησή σας είτε να επαναλαμβάνει κάποιον ειδικό ASCII χαρακτήρα³ στο τέλος του κειμένου (εάν η τ_n είναι μικρότερη) ή μηδενικά στην x_n .

2.6 Το αρχείο **speech.mat** που σας δίνεται, περιέχει σήμα ομιλίας δειγματοληπτημένο με συχνότητα $f_s = 48KHz$. Υποθέστε ότι επιθυμούμε να εκπέμψουμε το σήμα αυτό μαζί με τη φράση 'I will never cheat again during the exams'. Επιλέξτε κατάλληλες παραμέτρους διαμόρφωσης για τη δημιουργία του σήματος τ_n και σχεδιάστε το σήμα y_n που παράγει ο πομπός, καθώς και το Διακριτό Μετασχηματισμό Fourier του σήματος.

2.γ Επαναλάβετε το Ερώτημα 2.6 χρησιμοποιώντας ένα σήμα βασικής ζώνης της επιλογής σας.

5 Η Αποκωδικοποίηση του Κειμένου σε Αναλογικό Δέκτη

Ας αρχίσουμε αναπτύσσοντας ένα μαθηματικό μοντέλο για το σήμα στην είσοδο του δέκτη του Σχήματος 1, παίρνοντας υπόψη μας ότι ο πομπός στέλνει μόνο

³Κάνουμε τη σύμβαση ότι ο χαρακτήρας αυτός δε θα εμφανίζεται στο σώμα του κειμένου που πρέπει να σταλεί. Ένα παράδειγμα είναι ο χαρακτήρας NUL, (Null character) ο οποίος κωδικοποιείται με τον αριθμό 0 στο ASCII.

την ψηφιακή πληροφορία (κείμενο) χρησιμοποιώντας τα σήματα συνεχούς χρόνου $\phi_m(t)$, $m = 0, 1$ χρονικής διάρκειας T_b καθένα όπως ήδη αναφέραμε.

Το κανάλι μετάδοσης υποθέτουμε ότι υποβαθμίζει το σήμα προσθέτοντας λευκό Γκαουσιανό θόρυβο $N(0, \sigma^2)$. Επομένως το σήμα το οποίο φθάνει στον δέκτη μπορεί να εκφραστεί ως ακολούθως:

$$r(t) = \phi_m(t) + w(t), \quad 0 \leq t \leq T_b, m = 0, 1$$

όπου $w(t)$ μία υλοποίηση του λευκού θορύβου.

Το πρόβλημα το οποίο πρέπει να λύσουμε τώρα, είναι η σχεδίαση ενός αποδιαμορφωτή.

5.1 Αποδιαμορφωτής Βασισμένος στην Συσχέτιση

Ας υποθέσουμε ότι θέλουμε να σχεδιάσουμε ένα δέκτη ο οποίος θα αποσυνθέτει το σήμα που $r(t)$ που δέχεται στην είσοδό του σε διανύσματα δύο διαστάσεων. Με άλλα λόγια, το σήμα και ο θόρυβος αποσυντίθενται ως ένας γραμμικός συνδυασμός των ορθοκανονικών συναρτήσεων βάσης $\{\bar{\phi}_m(t), m = 0, 1\}$. Ας υποθέσουμε επιπλέον ότι οι παραπάνω συναρτήσεις βάσης, περιγράφουν το “χώρο σήματος”, έτσι ώστε κάθε ένα από τα μεταδιδόμενα σήματα του συνόλου $\phi_m(t)$, $m = 0, 1$ μπορεί να αναπαρασταθεί ως γραμμικός συνδυασμός των συναρτήσεων βάσης.

Ας υποθέσουμε τώρα ότι το σήμα $r(t)$ περνάει μέσα από από μία τράπεζα (παράλληλη συστοιχία) φίλτρων κάθε κλάδος της οποίας υπολογίζει ουσιαστικά την προβολή του σήματος πάνω στις συναρτήσεις βάσης $\{\bar{\phi}_m(t), m = 0, 1\}$. Επομένως έχουμε ότι:

$$r_l = \int_0^{T_b} r(t) \bar{\phi}_l(t) dt = \int_0^{T_b} (\phi_m(t) + w(t)) \bar{\phi}_l(t) dt = s_{ml} + w_l, \quad l = 0, 1 \quad (5)$$

όπου

$$\begin{aligned} s_{ml} &= \int_0^{T_b} \phi_m(t) \bar{\phi}_l(t) dt, \quad l = 0, 1 \\ w_l &= \int_0^{T_b} w(t) \bar{\phi}_l(t) dt, \quad l = 0, 1. \end{aligned}$$

Το σήμα μπορούμε τώρα να το παραστήσουμε με το διάνυσμα:

$$\mathbf{s}_m = [s_{m0} \ s_{m1}]^t \quad (6)$$

και οι τιμές των στοιχείων του παραπάνω διανύσματος περιμένουμε να εξαρτώνται από το ποιο από τα δύο σήματα έχει αποσταλλεί από τον πομπό. Είναι εύκολο να

χαρακτηρίσουμε τις τυχαίες μεταβλητές w_l που προκύπτουν εξαιτίας της παρουσίας του λευκού θορύβου.

Στην πραγματικότητα, μπορούμε να εκφράσουμε το σήμα $r(t)$, $0 \leq t \leq T_b$ ως

$$r(t) = \sum_{l=0}^1 s_{ml} \bar{\phi}_l(t) + \sum_{l=0}^1 w_l \bar{\phi}_l(t) + \bar{w}(t)$$

όπου το σήμα θορύβου $\bar{w}(t)$, ορίζεται από την ακόλουθη σχέση:

$$\bar{w}(t) = w(t) - \sum_{l=0}^1 w_l \bar{\phi}_l(t) + \bar{w}(t).$$

Ερώτημα 3. Αναλογική Αποκωδικοποίηση.

3.α Αποδείξτε ότι το σήμα θορύβου $\bar{w}(t)$ είναι μία Γκαουσιανή διαδικασία και υπολογίστε την μέση τιμή της καθώς και την διασπορά της.

3.β Τί ακριβώς παριστάνει η παραπάνω διαδικασία;

3.γ Αποδείξτε ότι τα θορυβώδη στοιχεία w_l , $l = 0, 1$ είναι Γκαουσιανές τυχαίες μεταβλητές και υπολογίστε τις αναγκαίες στατιστικές τους.

3.δ Υπολογίστε τις ετεροσυσχετίσεις τους και διατυπώστε τα συμπεράσματά σας.

3.ε Χαρακτηρίστε τα στοιχεία r_l , $l = 0, 1$.

3.στ Χρησιμοποιώντας τις απαντήσεις σας στα παραπάνω ερωτήματα, υπολογίστε την δεσμευμένη από κοινού PDF

$$f_{\mathbf{r}}(\mathbf{r}|\mathbf{s}_m), \quad (7)$$

των τυχαίων μεταβλητών $\mathbf{r} = [r_0 \ r_1]^t$.

3.ζ Αποδείξτε ότι η διαδικασία $\bar{w}(t)$ και οι r_l , $l = 0, 1$ είναι στατιστικά ανεξάρτητες.

3.η Προτείνετε κανόνα απόφασης για το ποιο bit έχει στείλει ο πομπός ο οποίος θα βασίζεται στα στοιχεία r_l , $l = 0, 1$.

6 Η Αποκωδικοποίηση του Κειμένου σε Ψηφιακό Δέκτη

Ας εστιάσουμε τώρα την προσοχή μας στη σχεδίαση ενός αποδιαμορφωτή ψηφιακού δέκτη. Όπως έχει ήδη αναφερθεί, η πρώτη λειτουργία του δέκτη είναι η διάσπαση του λαμβανόμενου σήματος \hat{y}_n στα σήματα \hat{x}_n και $\hat{\tau}_n$, εκ των οποίων το πρώτο είναι η συμβολή του σήματος βασικής ζώνης και το δεύτερο η συμβολή του κειμένου. Το σήμα $\hat{\tau}_n$ θα αποτελείται από μπλοκ μήκους T_b/T_s δειγμάτων, κάθε ένα από τα οποία κωδικοποιεί ένα bit από την ακολουθία που έχει στείλει ο πομπός. Στο δέκτη τώρα πρέπει να ακολουθηθεί η αντίστροφη διαδικασία, δηλαδή για κάθε μπλοκ που έχει ληφθεί, να αποφασιστεί ποιο bit έχει σταλεί από τον πομπό. Ένας τρόπος για να γίνει αυτό είναι η διαδικασία *σύμφωνης αποδιαμόρφωσης*, η οποία βασίζεται στην ιδιότητα της ορθογωνιότητας των $\phi_0(t)$ και $\phi_1(t)$ και ως εκ τούτου αποτελεί ειδική περίπτωση της διαδικασίας αποδιαμόρφωσης που είδαμε στην προηγούμενη παράγραφο. Βασική προϋπόθεση για να εφαρμοστεί αυτή η τεχνική είναι τα λαμβανόμενα μπλοκ και οι ακολουθίες βάσης του χώρου σήματος, που μπορεί να προκύψουν από τη δειγματοληψία των αντίστοιχων συναρτήσεων βάσης που είδαμε παραπάνω, να είναι συμφασικά. Με άλλα λόγια, θα πρέπει η όποια μετατόπιση φάσης υφίσταται το σήμα $\hat{\tau}_n$ σε σχέση με το τ_n να είναι γνωστή, έτσι ώστε να μπορεί να αντισταθμιστεί στο δέκτη.

Ερώτημα 4. Λειτουργίες του Ψηφιακού Δέκτη.

- 4.α** Εάν ο σχεδιασμός του πομπού έχει γίνει σωστά, τότε θα πρέπει τα σήματα \hat{x}_n και $\hat{\tau}_n$ να διαχωρίζονται μέσω κάποιας διαδικασίας φιλτραρίσματος. Προτείνετε μια τέτοια διαδικασία επεξηγώντας αναλυτικά τις επιλογές σας.
- 4.β** Θεωρώντας ότι το κανάλι μετάδοσης είναι ιδανικό και άρα $\hat{y}_n = y_n$, η μοναδική αλλοίωση φάσης που υφίσταται το σήμα $\hat{\tau}_n$ σε σχέση με το τ_n , υπεισέρχεται κατά τη διαδικασία ανάκτησής του από το \hat{y}_n . Εάν έπρεπε ο δέκτης σας να ακολουθεί την προσέγγιση της σύμφωνης αποδιαμόρφωσης, τι είδους φίλτρα θα χρησιμοποιούσατε και γιατί;
- 4.γ** Προτείνετε τρόπο αποδιαμόρφωσης του σήματος κειμένου που θα βασίζεται σε φιλτράρισμα. Με ποιόν τρόπο λαμβάνει ο δέκτης σας την απόφαση για το ποιο bit έχει σταλεί;
- 4.δ** Γράψτε μια συνάρτηση `receiver.m`, η οποία θα εξομοιώνει τις λειτουργίες του πομπού, λαμβάνοντας υπόψη τις επιλογές που έχετε κάνει στα προηγούμενα ερωτήματα. Η συνάρτηση αυτή θα δέχεται σαν είσοδο το σήμα \hat{y}_n , τη συχνότητα δειγματοληψίας f_s καθώς και τις παραμέτρους f_0 , f_1 και T_b της BFSK διαμόρφωσης και θα παράγει στην έξοδο το σήμα βασικής ζώνης \hat{x}_n και το κείμενο που έχει σταλεί από το πομπό.

4.ε Το αρχείο **mixed.mat** περιέχει την υπέρθεση ενός σήματος ομιλίας παραμορφωμένο από τονικό θόρυβο (ένα ημίτονο) και κωδικοποιημένο κείμενο (διαμορφωμένο με BFSK). Για το σήμα αυτό γνωρίζετε τη συχνότητα δειγματοληψίας και την διάρκεια του bit (οι τιμές περιέχονται στο αρχείο). Επεξεργαστείτε το σήμα κατάλληλα ώστε να ακούσετε το σήμα ομιλίας και να βρείτε το κείμενο που περιέχεται σε αυτό.

4.στ Υποθέστε ότι το κανάλι εισάγει τυχαία μετατόπιση φάσης σε κάθε μπλοκ του σήματος τ_n ⁴. Θα επηρεαστεί η αποτελεσματικότητα του δέκτη που έχετε σχεδιάσει; Επιβεβαιώστε την απάντησή σας με τη βοήθεια εξομοιώσεων.

4.ζ Υποθέτουμε τώρα ότι το κανάλι προσθέτει στο σήμα λευκό Γκαουσιανό (Gaussian) θόρυβο με μέση τιμή 0 και διασπορά σ_w^2 . Σχεδιάστε μια καμπύλη που δίνει το ποσοστό λανθασμένων αποφάσεων (ή αλλιώς Bit Error Rate ή BER) στο δέκτη, για τιμές του λόγου ισχύος σήματος προς θόρυβο (Signal to Noise Ratio ή SNR) από -2dB έως 5dB, με βήμα 0.5. Η τιμή του SNR σε κλίμακα dB δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$SNR(y, w) = 10 \log_{10} \left(\frac{P_y}{\sigma_w^2} \right), \quad (8)$$

όπου $P_y = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} y_n^2$ είναι η μέση ισχύς του σήματος.

Υπόδειξη: Για τη δημιουργία της καμπύλης εργαστείτε ως εξής: Επιλέξτε ένα σήμα βασικής ζώνης και ένα κείμενο και δημιουργήστε το σήμα y_n . Για κάθε τιμή του SNR, υπολογίστε την τιμή που πρέπει να έχει η διασπορά του θορύβου (η ισχύς του σήματος παραμένει σταθερή) και στη συνέχεια δημιουργήστε ένα μεγάλο αριθμό (π.χ. 1000) από ακολουθίες θορύβου με αυτή τη διασπορά, χρησιμοποιώντας κατάλληλα τη συνάρτηση `randn`⁵ της MATLAB. Για κάθε ακολουθία w_n με δείγματα θορύβου, δημιουργήστε το παραμορφωμένο σήμα $\hat{y}_n = y_n + w_n$ (οι ακολουθίες πρέπει να έχουν ίδιο μήκος). Αποκωδικοποιήστε τα σήματα που προκύπτουν στο δέκτη και υπολογίστε για το καθένα το ποσοστό των bit που αποκωδικοποιήθηκαν εσφαλμένα. Ο μέσος όρος αυτών των μετρήσεων θα είναι η εκτίμηση του BER για τη συγκεκριμένη τιμή του SNR.

Υποδείξεις για το MATLAB:

⁴Αυτό μπορεί να εξομοιωθεί προσθέτοντας εξαρχής τυχαία φάση στα μπλοκ που στέλνει ο πομπός. Για τη δημιουργία τυχαίας φάσης στο διάστημα $(0, 2\pi)$, χρησιμοποιήστε με κατάλληλο τρόπο τη συνάρτηση `rand` της MATLAB.

⁵Η συνάρτηση αυτή επιστρέφει δείγματα Γκαουσιανού θορύβου με μέση τιμή 0 και διασπορά 1. Για να λάβεται δείγματα με διασπορά σ_w^2 (προσεγγιστικά), θα πρέπει η έξοδος της `randn` να πολλαπλασιαστεί με κατάλληλη σταθερά. Υπενθυμίζεται ότι εάν η διασπορά της τυχαίας μεταβλητής \mathcal{X} ισούται με $\sigma_{\mathcal{X}}^2$, τότε η διασπορά της $\mathcal{Y} = a\mathcal{X}$ ισούται με $a^2\sigma_{\mathcal{X}}^2$.

- α.** Για να λάβετε την αριθμητική αναπαράσταση ενός χαρακτήρα στη MATLAB χρησιμοποιήστε τη συνάρτηση `uint8`. Για παράδειγμα, `uint8('α') → 97`.
- β.** Για να λάβετε έναν χαρακτήρα από την αριθμητική αναπαράστασή του χρησιμοποιήστε τη συνάρτηση `char`. Για παράδειγμα, `char(65) → A`.
- γ.** Για την κωδικοποίηση και αποκωδικοποίηση του κειμένου μπορεί να σας φανούν χρήσιμες οι συναρτήσεις (π.χ. `bitand(3,5) → 1`) και `bitshift` (π.χ. `bitshift(7,-1) → 3`).
- δ.** Για την αναπαραγωγή των σημάτων ομιλίας χρησιμοποιήστε τη συνάρτηση `sound`, δίνοντας σαν ορίσματα το σήμα και τη συχνότητα δειματοληψίας του.
- ε.** Για τη σχεδίαση των φίλτρων μπορείτε να χρησιμοποιήσετε το εργαλείο `fdatool` της MATLAB (τρέξτε στη γραμμή εντολών `fdatool`). Επίσης, για το φιλτράρισμα των σημάτων χρησιμοποιήστε τη συνάρτηση `filter`.
- στ.** Για να μπορέσετε να χρησιμοποιήσετε δεδομένα που είναι αποθηκευμένα σε `.mat` αρχεία, θα πρέπει πρώτα να τα “φορτώσετε” στο Περιβάλλον Εργασίας (Workspace) της MATLAB με την εντολή `load`, ακολουθούμενη από το όνομα του αρχείου. Τρέχοντας στη γραμμή εντολών `whos`, θα μπορέσετε να δείτε ποιές μεταβλητές έχουν φορτωθεί. Ομοίως, για να σώσετε δεδομένα σε κάποιο `.mat` αρχείο, χρησιμοποιήστε την εντολή `save`, ακολουθούμενη από το όνομα του αρχείου και τις μεταβλητές που σώζετε.

Αναφορές

- [1] Γεώργιος Β. Μουστακίδης, “Βασικές Τεχνικές Ψηφιακής Επεξεργασίας Σημάτων,” Εκδόσεις Τζιόλα, 2004.
- [2] John G. Proakis και Masoud Salehi, “Συστήματα Τηλεπικοινωνιών,” Έκδοση Εθνικού και Καποδιστριακού Πανεπιστημίου Αθηνών, 2002.
- [3] Michael Rice, “Ψηφιακές Επικοινωνίες μία προσεγγιση Διακριτού Χρόνου,” Εκδόσεις Τζιόλα, 2009.